

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE *ALTERNARIA SOLANI* SOR. EN PAPA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

Leónides Castellanos,¹ Teresa Rivero,¹ Ángela Porras² y José Pajón²

¹ Laboratorio Provincial de Sanidad Vegetal. Carretera de Palmira Km 4, Cienfuegos, c. e.: leonides@eimacfg.co.cu

² Instituto de Investigaciones de Sanidad Vegetal. Calle 110 no. 514 e/ 5a. B y 5a. F, Playa, Ciudad de La Habana, CP 11600

RESUMEN

Un estudio para seleccionar el mejor entre los modelos matemáticos Gompertz y Logístico a fin de caracterizar la intensidad del agente causal del tizón temprano de la papa (*Alternaria solani* Sor.) en función del tiempo, fue desarrollado en 12 parcelas experimentales y 49 campos de producción, con la información de la dinámica de la enfermedad durante 15 campañas del cultivo en la Empresa de Cultivos Varios de Horquita, en Cienfuegos, Cuba. El modelo Gompertz resultó más eficiente que el Logístico para caracterizar y explicar el comportamiento de la intensidad del tizón temprano de la papa en función de la edad del cultivo.

Palabras clave: *Solanum tuberosum*, *Alternaria solani*, modelos matemáticos, diagnóstico

ABSTRACT

A study to select the best mathematical model between Gompertz and Logistic, in order to characterize the intensity of the causal agent of potato early blight disease (*Alternaria solani* Sor.) depending on the time, was developed in 12 experimental plots and 49 fields of production, with the information of the dynamics of the disease during 15 potato campaigns in the Varied Crops Enterprise of Horquita in Cienfuegos. The model Gompertz turned out to be more efficient than the Logistic one to characterize and to explain the behaviour of the intensity of potato early blight depending on the age of the crop.

Key words: *Solanum tuberosum*, *Alternaria solani*, mathematical models, diagnosis

INTRODUCCIÓN

La papa (*Solanum tuberosum* L.) es originaria de la Cordillera de los Andes, lugar del que fue trasladada a México y Estados Unidos. De 1560 a 1570 los españoles la llevaron a Europa, y a finales del siglo XIX a Cuba, donde alrededor de 1920 tenía una amplia distribución como cultivo [López y Mayea, 1989].

Las enfermedades que más afectan a este cultivo en Cuba son el tizón tardío (*Phytophthora infestans*) (Mont) De Bary) y el tizón temprano (*Alternaria solani* Sor.), la sarna común (*Streptomyces scabies* (Thaxt)), la rizoctoniasis (*Rhizoctonia solani* Kuhn) y las pudriciones blandas y pierna negra causadas por *Erwinia* spp. [Hernández, 1983].

Datos oficiales [CNSV, 1998] indican que, durante el quinquenio 1993-1998, el tizón temprano (*A. solani*) incidió más que el tizón tardío (*P. infestans*) en todas las provincias del país, excepto en La Habana, aunque los ataques de este último fueron más dramáticos por su carácter fulminante. En las provincias de Matanzas, Cienfuegos, Villa Clara, Ciego de Ávila y Camagüey, la enfermedad sobrepasó el 25% de intensidad de ataque en

más de la tercera parte de las áreas. La situación más crítica se presentó en Cienfuegos, donde el 46,1% de las áreas alcanzaron más del 25% de intensidad de ataque. Esto da una medida de la importancia actual de la patología.

El objetivo del presente trabajo fue realizar la modelación matemática del desarrollo epidemiológico de *Alternaria solani* en función del tiempo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Ajuste a un modelo no lineal en función del tiempo en parcelas experimentales

Desde las campañas paperas de 1979-1980 hasta la de 1983-1984 se evaluó semanalmente la dinámica del tizón temprano en 12 parcelas experimentales sin tratamiento de la Empresa de Cultivos Varios de Horquita. Con la información obtenida se realizó un análisis de regresión para determinar si la intensidad de la enfermedad en función del tiempo se ajustaba mejor al modelo Logístico ($Y = A/(1 + b \times \exp(-r \times t))$) o al de Gompertz

($Y = A \times \exp(-b) \exp(-k \times t)$), recomendados por Zadocks y Schein (1979) para modelar epidemias de interés compuesto en las plantas. Se consideró como variable dependiente la intensidad de ataque del tizón temprano expresada en fracción, y como independiente el tiempo medido en días de plantado el cultivo. Se utilizó el programa estadístico Statistica, versión 4.

Aplicación del modelo ajustado y análisis de otros parámetros epidemiológicos en campos de producción

Se evaluó semanalmente la dinámica de la enfermedad en 49 campos de producción desde la campaña 1979-1980 hasta la 1993-1994. La información de todos los campos se organizó según la edad del cultivo, y se realizó un análisis de regresión por el modelo de Gompertz y el Logístico, para lo cual se utilizó el paquete estadístico Statistica, versión 4.

Se compararon las tasas de infección aparente semanal para los diferentes cultivares, la fecha de plantación intermedia y tardía para los cultivares Désirée importada y Red Pontiac, y entre los campos de producción y las parcelas experimentales. Las tasas de infección aparente se calcularon según las transformaciones correspondientes del modelo de mejor ajuste determinado [Zadocks y Schein, 1979; Pérez y Rodríguez, 1990].

Se obtuvo en cada dinámica la fecha de la primera observación de la enfermedad después de plantado el cultivo, y se determinó la intensidad de ataque, el área bajo la curva de progreso de la enfermedad (ABCPE) y la tasa de infección aparente semanal. Esta información se comparó para los cultivares Red Pontiac, Désirée nacional y Désirée importada. Se realizó un análisis de varianza para la intensidad de ataque, la fecha de la primera aparición de la enfermedad, la tasa de infección aparente y el área bajo la curva de progreso de la enfermedad entre los cultivares Red Pontiac, Désirée nacional y Désirée importada, donde las réplicas fueron las 11 campañas en que coincidieron plantados los tres cultivares. Las medias fueron comparadas por el test de

rangos múltiples de Duncan con un 5% de probabilidad de error [Lerch, 1977].

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Ajuste a un modelo no lineal en función del tiempo en parcelas experimentales

La intensidad de la enfermedad (fracción de tejido enfermo) en función del tiempo (días de plantado el cultivo) presentó coeficientes de determinación ajustado entre 0,96 y 0,99 para el modelo de Gompertz, y entre 0,29 y 0,98 para el Logístico en las epidemias en estudio (Tabla 1). La asíntota que representa el máximo teórico de la probabilidad de encontrar tejido enfermo varió en función de la epidemia desde 0,47 a 32,3 para el modelo de Gompertz, y desde 0,29 a 24 613,5 para el modelo Logístico, más alejado de uno para este último. El parámetro (k) del modelo de Gompertz para cada epidemia, que representa la tasa de infección relativa o aparente [Pérez y Rodríguez, 1990] varió entre 0,02 y 0,08 unidades/días, lo que indica que hubo casos en que la velocidad de crecimiento cuatuplicó a una con respecto a la otra, y para el modelo Logístico el parámetro homólogo r varió desde 0,014 a 0,13, con más dispersión entre los valores extremos.

Estos resultados indican un mejor ajuste y una mayor eficiencia de los parámetros del modelo de Gompertz que los del Logístico para caracterizar las epidemias del tizón temprano de la papa en Cuba, ya que según Marín y Almacellas (1998), el coeficiente de determinación ajustado –que además de tener en cuenta la suma de cuadrados del error y de los residuos contempla los grados de libertad y el número de parámetros en el modelo– y la asíntota –que representa la capacidad de carga del patosistema (*carrying capacity*), o sea, la intensidad máxima teórica de la epidemia– son los indicadores más importantes para seleccionar el modelo de mejor ajuste en un análisis de regresión; sin embargo, Fontem y Aighewi (1992) cosecharon mejores resultados con la transformación logística que con la de Gompertz para interpretar el progreso del tizón temprano en Camerún.

Tabla 1. Coeficientes de determinación de la fracción de tejido enfermo en función del tiempo

Modelo	Rango de R^2	Media (R^2)	Rango de la asíntota	Rango de k o r
Logístico	0,29-0,98	0,64	0,29-24 613,5	0,014-0,13
Gompertz	0,96-0,99	0,98	0,47-32,5	0,02-0,08

r : Tasa de infección aparente (Logístico).

k : Tasa de infección aparente (Gompertz).

R^2 : Coeficiente de determinación ajustado.

Aplicación del modelo ajustado y análisis de otros parámetros epidemiológicos en campos de producción

La intensidad de la enfermedad en función de la edad del cultivo para el conjunto de epidemias en campos de producción también se ajustó mejor al modelo de

Gompertz que al Logístico. Para el modelo de Gompertz se alcanzó un coeficiente de determinación ajustado de 0,699 contra 0,649 para el Logístico, mientras que la asíntota fue de 0,72 y 3,90 para el primero y segundo modelos respectivamente. Desde el punto de vista gráfico se observó mejor ajuste para el modelo de Gompertz, así

como desde el estadístico, al ser superior el coeficiente de correlación ajustado de 0,69 para este, y 0,64 para el Logístico, que aunque no son altos confirman lo obtenido curva a curva, donde los valores de los coeficientes de determinación ajustado fueron superiores a 0,96. El valor de la asíntota de 0,72 para el modelo de Gompertz se acercó más a la unidad que la del Logístico, lo que confirma los resultados en las dinámicas de las parcelas sin tratamiento.

Las tasas de infección aparente (k) promedio para las 12 epidemias de las parcelas sin tratamiento químico fueron

mayores que las de 49 epidemias de los campos de producción. En estos últimos se apreció un retardo en el incremento de las k en el tiempo como consecuencia de la acción fungicida en los campos. El valor de k en la cuarta semana en las parcelas sin aplicación de fungicidas fue de 0,038 unidades/días, y se alcanzó un valor máximo de 0,076 a los 70 días, para disminuir hacia la duodécima semana con 0,004. En los campos de producción las k promedio presentaron niveles bajos al principio con un máximo en la oncenava semana (0,056), de donde caen de nuevo con el valor 0,020 en la decimotercera (Tabla 2).

Tabla 2. Valores de la tasa de infección aparente diaria (k) de Gompertz en el tiempo

	Edad en semanas										
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	X
A	0,038	0,023	0,041	0,041	0,036	0,045	0,076	0,060	0,004		0,028
B	0	0,010	0,008	0,040	0,030	0,052	0,051	0,056	0,050	0,020	0,023

A: k promedio de 12 epidemias en parcelas sin tratamiento.

B: k promedio de 49 epidemias en campos de producción.

Este comportamiento reafirma la necesidad de priorizar las medidas de control desde la cuarta hasta la décima semana para retardar la epidemia, ya que como se ha demostrado [Castellanos, 2000], si la enfermedad aparece y se incrementa desde edades tempranas con valores altos del área bajo la curva de progreso de la enfermedad (ABCPE), aumenta la nocividad y viceversa.

Las tasa de infección aparente promedio (k) para el cultivar Désirée en fecha de siembra intermedia fue de 0,015 unidades/días durante el ciclo del cultivo, y de 0,020 unidades/días en la fecha de siembra tardía, y para Red Pontiac de 0,024 unidades/días en la fecha de siembra intermedia y de 0,034 para fecha de siembra tardía (Tabla 3). Las mayores tasas de interés aparente en las fechas tardías son atribuibles a que la etapa más vulnerable del cultivo (30-70 días) [Skeen, 1984] se desarrolla en febrero y parte de marzo, cuando las temperaturas son más altas que en enero y favorecen el desarrollo del patógeno.

La tasa de infección aparente promedio (k) fue mayor para el cultivar Red Pontiac, seguido de Désirée importada y Désirée nacional (Tabla 4). Este último manifestó la enfermedad desde edades más tempranas que en Désirée importada, lo que es atribuible a la contaminación de los tubérculos de semilla nacional por *A. solani*, tal y como fue demostrado por Skeen (1984) y Samaniego *et al.* (1984). Los valores más bajos de k promedio durante el desarrollo de las epidemias en las comparaciones anteriores ponen de manifiesto la reducción de las tasas de infección aparente por diferentes efectos, como ha sido planteado por Marín y Almacellas (1998), y que en el presente caso se explica por el efecto de los fungicidas, por la acción reductora de los cultivares resistentes o por las condiciones menos favorables del tiempo.

CONCLUSIONES

- El modelo de Gompertz resultó más eficiente que el Logístico para explicar el comportamiento de la intensidad del tizón temprano de la papa en función de la edad del cultivo.
- El modelo de Gompertz permitió explicar las diferencias que se presentan entre las epidemias de campos tratados y parcelas sin tratamiento, y entre campos de diferentes edades y fechas de plantación dentro de un mismo cultivar de papa.

REFERENCIAS

- Castellanos, L.: «Nocividad, epidemiología y manejo del tizón temprano (*Alternaria solani* Sor.) en el cultivo de la papa». Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Agrícolas, Universidad Central Martha Abreu, Villa Clara, Cuba, 2000.
- Centro Nacional de Sanidad Vegetal: «Informe de campaña del cultivo de la papa», La Habana, 1998.
- Fontem, D. A.; B. Aighewi: «Efficacy of Fungicide on the Progress of Early Blight and Yield of Potato in Cameroon», *Tropicultura* 10 (1):15-19, 1992.
- Hernández, S.: «Estudio sobre las enfermedades del tizón tardío y temprano de la papa». Tesis de Grado, Universidad Central Martha Abreu, Villa Clara, Cuba, 1983.
- Lerch, G.: *La experimentación en las ciencias biológicas y agrícolas*, Ed. Científico-Técnica, La Habana, 1977, pp. 179-408.
- López, R.; S. Mayea: *Curso superior de fitotecnia de la papa*, Universidad Central Martha Abreu, Villa Clara, 1989.
- Marín, J. V.; J. Almacellas: «Análisis de datos en los experimentos de control de las enfermedades», *Phytoma* 103:102-107, 1998.
- Pérez, L.; J. Rodríguez: «Epidemiología, pronóstico y manejo integrado de enfermedades». Conferencia de curso de posgrado, t. I, INISAV, La Habana, 1990.

Samaniego, L. M.; P. R. Villalonga; R. León; W. Olivera: «Dinámica poblacional de *A. solani* (E. y M.) J. y G. en el cultivo de la papa en la provincia de Matanzas», *Centro Agrícola* 11 (3):73-90, 1984.

Skeen, G.: «Epifitología de *Alternaria solani* en papa y el empleo de los derivados del furfural en su control». Resúmenes. Tesis para

optar al grado científico de candidato a Doctor en Ciencias Agrícolas, Instituto Superior de Ciencias Agrícolas de La Habana, 1984.

Zadocks, J. C.; R. D. Schein: *Epidemiology and Plant Disease Management*, Oxford, University Press, New York, 1979.